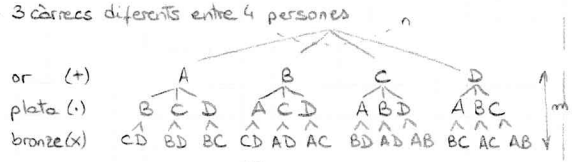
VARIACIONS (k-permutations)

$m < n$

- 3 persones en 4 cadires
- banderes tricolors a partir de 4 colors disponibles
- or, plata i bronze per a 4 atletes
- 3 càrrecs diferents entre 4 persones

arbre



$V_4^3 = \underbrace{4 \cdot 3 \cdot 2}_{3 \leftarrow m} = 24$

n

$V_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$

de fet, series els buits tractats com si tot fos una PR

$= \underbrace{n(n-1)\ldots}_{m}$

caselles

A	B	C	D
+	·	×	
+	·		×
+	×	·	
+		·	×
+	×		·
+		×	·
·	+	×	
·	+		×
×	+	·	
	+	·	×
×	+		·
	+	×	·
·	×	+	
·		+	×
×	·	+	
	·	+	×
×		+	·
	×	+	·
·	×		+
·		×	+
×	·		+
	·	×	+
×		·	+
	×	·	+

o bé:

sense premi

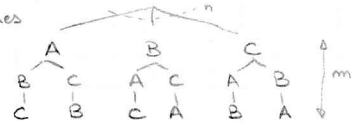
+	·	×	O
A	B	C	D
A	B	D	C
A	C	B	D

PERMUTACIONS (permutations)

$(m = n)$

$m = n$

- 7 menús dif. en 7 dies
- 3 persones en 3 cadires (13:Sant Sopar)
- banderes tricolors a partir de 3 colors
- or, plata i bronze per a 3 atletes
- 3 càrrecs diferents entre 3 persones
- pangrames



$P_3 = V_{3,3} = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

$P_n = n!$

A	B	C
+	·	×
+	×	·
·	+	×
×	+	·
·	×	+
×	·	+

eq.

+	·	×
A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	C

cas particular: (n-m) buits

COMBINACIONS

$m < n$

- només 3 cadires per a 4 persones
- ocupar 3 de 4 cadires
- gelat de 3 boles diferents a partir de 4 gustos
- pintura barrejant 3 colors a partir de 4 disponibles
- 3 premis per a 4 atletes (1 atleta → 1 premi) dif. màx
- 3 escollits entre 4 persones
- Loto 6/49

$C_4^3 = \frac{V_4^3}{P_3} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2} = 4$

$C_n^m = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$

$\frac{V_n^m}{P_m} = \frac{n!/(n-m)!}{m!}$

A	B	C	D
·	·	·	
·	·		·
·		·	·
	·	·	·

COMBINACIONS AMB REPETICIÓ

- gelat barrejat agafant 3 cullerades de ~~3 boles~~ a partir de 4 g
- pintura barrejant 3 colors (poden repetir) a partir de 4 disponibles
- ~~3 categories premi Goudí per a 4 pel~~ ~~(no hi ha premi desert)~~
- triar 3 postissos entre 4 tipus difer.

$CR_{4,3} = C_{6,3} = \frac{V_{6,3}}{P_3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20$

$CR_n^m = \binom{n+m-1}{m}$

A	B	C	D
·	·	·	
·	·		·
·		·	·
	·	·	·

VARIACIONS AMB REPETICIÓ

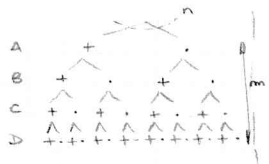
- tots 4 atletes poden rebre or o plata
- travessa: 14 caselles amb 3 valors possibles
- nombres de 4 xifres en base 2
- 7 menús en 7 d. (es poden repetir)

$VR_2^4 = \underbrace{2^4}_{4 \leftarrow m} = 16$

$\underbrace{n \cdot n \cdot n \ldots}_{m}$

$VR_n^m = n^m$

A	B	C	D
+	+	+	+
+	+	+	·
+	+	·	+
+	+	·	·
+	·	+	+
+	·	+	·
+	·	·	+
+	·	·	·
·	+	+	+
·	+	+	·
·	+	·	+
·	+	·	·
·	·	+	+
·	·	+	·
·	·	·	+
·	·	·	·



- or i 2 plates per a 4 atletes
- 1 president + 2 secretaris entre 4 persones

$\frac{V_{4,3}}{P_1 P_2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{1! \, 2!} = 12$

- de 4 atletes, 3 poden rebre or o plata (hi ha 3 medalles d'or i 3 de plata)

PERMUTACIONS AMB REPETICIÓ (multiset permutation)

- or i 2 plates per a 3 atletes
- 1 president + 2 secretaris entre 3 persones
- anagrames
- maneres de col·locar 9 boles, de les quals 4 blanques, 3 groguies, 2 blaves

cas particular: (n-m) buits; m elements del mateix únic tipus

$PR_n^{a,b\ldots} = \frac{n!}{a!\,b!\ldots z!}$ (a: nombre lletres A; b: medalles or)

$\frac{3!}{1!\,2!} = 3$

$\frac{9!}{4!\,3!\,2!}$

A	B	C
+	·	·
·	+	·
·	·	+

$a + b + \ldots z = n$

és el mateix

+	·	·
A	B	C
B	A	C
C	A	B

- si d'aquest conjunt, n'agafem 5 ?

- or i 2 plates per a 6 atletes

$\frac{6!}{3!\,1!\,2!} = 60$

sense premi; or; plates

- 1 premi millor pel·lícula, 2 premis millor actor, per a 4 pel·lí.

$\frac{CR_{4,3}}{P_1 P_2}$?

- gelat de 4 boles a partir de 3 gustos disponibles